**HELYI TANTERV**

**MATEMATIKA**

**5-8. OSZTÁLY**

**HÓDMEZŐVÁSÁRHELYI**

**VARGA TAMÁS ÁLTALÁNOS ISKOLA**

**2020. szeptember 1.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Óraterv a kerettantervekhez – 5–8. évfolyam** | | | | |
| **Tantárgyak** | **5. évf.** | **6. évf.** | **7. évf.** | **8. évf.** |
| Matematika | 4 | 4 | 3 + 1 | 3 + 1 |
| Éves óraszám | 144 óra | 144 óra | 108 + 36 óra | 108 + 36 óra |
| Óraszám ciklusonként (5-6. évfolyam, 7-8. évfolyam) | 288 óra | | 288 óra | |
| A tantárgy alapóraszámához megadott, **a témakörökhöz javasolt óraszámok összege:** | 272 óra | | 204 óra | |
| 136 óra | 136 óra | 102 óra | 102 óra |
| Fennmaradó órák száma: | 16 óra | | 84 óra | |
| 8 óra | 8 óra | 42 óra | 42 óra |

**5. évfolyam**

**A témakörök áttekintő táblázata 5. évfolyam:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Témakör neve** | **5. évfolyam** |
| **Halmazok** | 3 |
| **Matematikai logika, kombinatorika** | 3 |
| **Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek** | 8 |
| **Alapműveletek természetes számokkal** | 14 |
| **Egész számok; alapműveletek egész számokkal** | 10 |
| **Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok** | 14 |
| **Alapműveletek közönséges törtekkel** | 10 |
| **Alapműveletek tizedes törtekkel** | 8 |
| **Arányosság, százalékszámítás** | 6 |
| **Egyszerű szöveges feladatok** | 8 |
| **A függvény fogalmának előkészítése** | 4 |
| **Sorozatok** | 2 |
| **Mérés és mértékegységek** | 16 |
| **Síkbeli alakzatok** | 8 |
| **Transzformációk, szerkesztések** | 6 |
| **Térgeometria** | 10 |
| **Leíró statisztika** | 2 |
| **Valószínűség-számítás** | 4 |
| **Helyi sajátosságok (házi kompetenciamérés, műveleti sebességmérés, Be- kimeneti mérések)** | 8 |
| **Összes óraszám:** | 144 |

**6. évfolyam**

**A témakörök áttekintő táblázata 6. évfolyam:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Témakör neve** | **6. évfolyam** |
| **Halmazok** | 5 |
| **Matematikai logika, kombinatorika** | 3 |
| **Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek** | 12 |
| **Alapműveletek természetes számokkal** | 2 |
| **Egész számok; alapműveletek egész számokkal** | 8 |
| **Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok** | 8 |
| **Alapműveletek közönséges törtekkel** | 10 |
| **Alapműveletek tizedes törtekkel** | 6 |
| **Arányosság, százalékszámítás** | 14 |
| **Egyszerű szöveges feladatok** | 12 |
| **A függvény fogalmának előkészítése** | 6 |
| **Sorozatok** | 4 |
| **Mérés és mértékegységek** | 6 |
| **Síkbeli alakzatok** | 10 |
| **Transzformációk, szerkesztések** | 14 |
| **Térgeometria** | 4 |
| **Leíró statisztika** | 6 |
| **Valószínűség-számítás** | 6 |
| **Helyi sajátosságok (házi kompetenciamérés, műveleti sebességmérés, Be- kimeneti mérések)** | 8 |
| **Összes óraszám:** | 144 |

**7. évfolyam**

**A témakörök áttekintő táblázata 7. évfolyam:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Témakör neve** | **7. évfolyam** |
| **Halmazok, számhalmazok** | 4 |
| **Matematikai logika, kombinatorika, gráfok** | 8 |
| **Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök** | 12 |
| **Arányosság, százalékszámítás** | 16 |
| **Szöveges feladatok előkészítése**  **(algebrai kifejezések, egyenletek megoldása)** | 16 |
| **Szöveges feladatok** | 12 |
| **A függvény fogalmának előkészítése (egyenes, fordított arányosság, grafikonok elemzése)** | 8 |
| **Síkbeli alakzatok (kerület, terület)** | 16 |
| **Transzformációk, szerkesztések** | 16 |
| **Térgeometria** | 12 |
| **Leíró statisztika** | 8 |
| **Valószínűség-számítás** | 8 |
| **Összes óraszám:** | 136 |
| **Év eleji, év végi felmérés** | 4 |
| **Házi kompetenciamérés, műveleti sebesség** | 4 |
| **Helyi tanterv összes óraszáma:** | 144 |

**8. évfolyam**

**A témakörök áttekintő táblázata 8. évfolyam:**

|  |  |
| --- | --- |
| **Témakör neve** | **8. évfolyam** |
| **Halmazok, számhalmazok** | 12 |
| **Matematikai logika, kombinatorika, gráfok** | 8 |
| **Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök** | 12 |
| **Arányosság, százalékszámítás** | 12 |
| **Szöveges feladatok előkészítése**  **(algebrai kifejezések, egyenletek megoldása)** | 12 |
| **Szöveges feladatok** | 12 |
| **A függvény fogalmának előkészítése**  **(egyenes, fordított arányosság, grafikonok elemzése)** | 8 |
| **Síkbeli alakzatok (sokszögek kerülete, területe)** | 12 |
| **Transzformációk, szerkesztések** | 12 |
| **Térgeometria** | 12 |
| **Leíró statisztika** | 8 |
| **Valószínűség-számítás** | 8 |
| **Összes óraszám:** | 128 |
| **Év eleji, év végi felmérés** | 4 |
| **Házi kompetenciamérés, műveleti sebesség** | 4 |
| **8. évfolyam vizsgákra való készülése, félévi vizsga megírása** | 8 |
| **Helyi tanterv összes óraszáma:** | 144 |

**MATEMATIKA**

**5. – 8. osztály**

Az alapfokú képzés első – a matematikai alapkészségek kialakítását legfőbb célként megjelölő – nevelési-oktatási szakaszát követően az 5–8. évfolyamon a matematika tanulása-tanítása során a tudástartalmak fokozatosan válnak egyre elvontabbá. A konkrét tárgyi tevékenységekből indulva a képi szemléltetések, ábrázolások mellett megjelennek a szimbolikus modellek. A tanuló a fogalmak, jelenségek elemzése útján eljut azok megértésen alapuló meghatározásához, a definíciók előkészítése során tulajdonságokat, sejtéseket fogalmaz meg, s kialakul a megoldást alátámasztó indoklás igénye, valamint felismeri a matematika kisebb egységeinek belső struktúráját.

A tanítás fő módszere továbbra is a felfedeztetés, a konkrét tevékenységből, játékból, hétköznapi szituációból fakadó indukció. A tanulási tevékenység és problémamegoldás során a tanulót ösztönözni kell egyszerű problémák felfedezésére, megfogalmazására és a mindennapi életből vett szöveges problémák matematikai szempontú értelmezésére. A tanuló konkrét helyzetek megoldására képi és szimbolikus modelleket, stratégiákat alkalmaz és alkot, ezáltal fejlődik problémamegoldó és problémaalkotó képessége.

A kombinatív képességek területén a lehetőségek strukturált felsorolásából fokozatosan kialakulnak a rendszerezést segítő konkrét eszközök, stratégiák alkalmazásának készségei.

Felső tagozaton az ismert számok köre bővül a törtekkel és a negatív számokkal úgy, hogy a tanuló ezekkel műveleteket tud végezni. A tanulás-tanítás egyik lényeges elvárása, hogy a különböző, szöveggel, számokkal megadott matematikai szituációk képi, majd szimbolikus modelljeinek bevezetése fokozatos legyen. A tanuló a megismert szimbólumokkal egyszerű műveleteket végez, ismeri ezek tulajdonságait.

Az 5–8. évfolyamon a természettudományi, a digitális technológiai és a gazdasági ismeretek tanulási-tanítási tartalmakban való megjelenése lehetővé teszi a matematika alkalmazhatóságának, hasznosságának bemutatását.

Fejlődnek a tanuló készségei a matematikai kommunikáció terén. A matematikai kifejezéseket helyesen használja, a fogalmakat értelmezi, megmagyarázza, gyakorlati helyzetekben jól alkalmazza. Ismereteit összefoglalva prezentálni tudja.

A tanuló a közös munkában tevékenyen részt vesz. Eseti feladatokban és projektekben mások véleményét elfogadja, és ha különbözik a véleményük, igyekszik érvekkel meggyőzni társait. Az új fogalmak, magasabb szintű absztrakciót igénylő tudástartalmak bevezetésekor az egyéni adottságokhoz, ismeretekhez alkalmazkodó differenciálás biztosítja a megfelelő tempójú haladást annak a tanulónak, akinél ezek a lépések hosszabb időt, több szemléltetést igényelnek. Ezzel a lassabban haladó tanuló sem veszíti el érdeklődését és reményét a matematika megértése iránt.

A matematikai fejlesztő játékok és a számítógép, illetve más IKT-eszközök biztonságos alkalmazása mellett a tanuló megismerkedik olyan matematikai szoftverekkel, amelyek a matematikai tudást és a digitális kompetenciákat együtt fejlesztik.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ellenőrzés és az értékelés csak a tanult ismeretek alkalmazására terjed ki.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

**A tanulás kompetenciái:** A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

**A kommunikációs kompetenciák:** A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

**A digitális kompetenciák:** A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

**A matematikai, gondolkodási kompetenciák:** A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

**A személyes és társas kapcsolati kompetenciák:** A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanulásán keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

**A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái:** A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

**Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák:** A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projektekben való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, mérlegelő gondolkodás, problémamegoldás, kezdeményezőkészség, másokkal való együttműködés készsége).

**5. évfolyam**

**Témakör: Halmazok**

**Javasolt óraszám:** **3 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

elemeket halmazba rendez több szempont alapján;

részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;

véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;

számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint

Halmazábra készítése

Számhalmazok szemléltetése számegyenesen

Részhalmazok felismerése ábráról

Halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével.

**Fogalmak**

halmaz, elem, halmazábra, részhalmaz, közös rész, egyesítés, számegyenes

Javasolt tevékenységek

Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak

Egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak…) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése

Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, … elemű részhalmazok képzéseKonkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán   
A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása

Játék logikai készlettel

**Témakör: Matematikai logika, kombinatorika**

**Javasolt óraszám:** **3 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;

tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért

a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;

összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása

A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata

Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok

Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal

Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása

Az összes eset előállítása során rendszerezési sémák használata: szisztematikus felsorolás

**Fogalmak**

„igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz

Javasolt tevékenységek

„Bírósági tárgyalás” játék: a vádlók hamis állításokat fogalmaznak meg például a páros számokról, a védők csoportja pedig cáfolja azokat

„Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis

Az igazsághalmaz elemeit is tartalmazó, néhány elemből álló halmaz elemeinek kipróbálása a nyitott mondat igazzá tételére

Konkrét tárgyakkal, készletek elemeivel, geometriai alkotásokkal az adott feltételeknek megfelelő összes lehetőség kirakása és rendszerezése

**Témakör: Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek**

**Javasolt óraszám: 8 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén;

ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben;

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Számok helyi értékes írásmódjának megértése tizes alapú számrendszerekben csoportosítást, leltározást, helyiérték-táblázatba rögzítést tartalmazó feladatokon keresztül

Számok helyi értékes írásmódjának használata nagy számok esetében

Római számok írása, olvasása a következő jelekkel: I, V, X, L, C, D, M

Osztók, többszörösök meghatározása; két szám közös osztóinak meghatározása; közös többszörösök meghatározása

**Fogalmak**

helyi érték, alaki érték, valódi érték, osztó, közös osztó, többszörös, közös többszörös

Javasolt tevékenységek

Játék a „tökéletes pénztárgéppel” 10 000-nél nagyobb számokkal: a gép a tíz egyforma címletű pénzt kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora címletűt, majd kiírja a fiók tartalmát. Mit tettem a fiókba, és mit ír ki a gép?

Páros munkában arab számok átírása római számokra és viszont; memóriajáték

„Bumm” játék a közös többszörösök meghatározásához: a tanulók hangosan számlálnak, például az egyik csoport tagjai az 5 többszöröseinél tapsolnak, a másik csoport tagjai a 7 többszöröseinél dobbantanak

**Témakör: Alapműveletek természetes számokkal**

**Javasolt óraszám: 14 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

írásban összead, kivon és szoroz;

ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;

a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;

a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;

a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Számkörbővítés; fejben számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása

Természetes számok összeadása, kivonása és szorzása írásban

Írásbeli osztás algoritmusa kétjegyű természetes számmal

Írásbeli osztás legfeljebb kétjegyű természetes számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése

A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén

Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása

A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban

Zárójeleket tartalmazó műveletsorok átalakítása, kiszámolása a természetes számok körében

Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

**Fogalmak**

összeadandók, az összeg tagjai, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság, osztandó, osztó, hányados, maradék, zárójel, kerekítés, becslés, ellenőrzés

Javasolt tevékenységek

Fejben számolás gyakorlása játékkal

„Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz: a műveletekben szereplő számokhoz számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból

A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása

Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása  
Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása  
Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása

**Témakör: Egész számok; alapműveletek egész számokkal**

**Javasolt óraszám: 10 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;

a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;

a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;

a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;

ismeri az egész számokat.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Negatív számok a gyakorlatban: adósság, tengerszint alatti mélység, fagypont alatti hőmérséklet

Egész számok ismerete, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Ellentett, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása

Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján a számkörbővítés során

Összeadás, kivonás elvégzése az egész számok körében

Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban

Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása

Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

**Fogalmak**

ellentett, negatív szám, előjel, egész szám, abszolút érték, kerekítés, becslés, ellenőrzés

Javasolt tevékenységek

Vagyoni helyzet megállapítása játékpénzzel és adósságcédulákkal

Hőmérséklet-változás követése hőmérőmodellen

Számok szemléltetéséhez, összehasonlításához, sorba rendezéséhez „élő számegyenes” létrehozása: a tanulók egy, a hátukra ragasztott számot képviselnek, és az értéküknek megfelelően foglalják el a helyüket

Az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és adósságcédulákkal

Az előírt művelet szemléltetése a számegyenesen való lépegetéssel, például „Hol van a kisautó, ha … ?”

Gazdálkodj okosan! játék rövidített formája kevés, kis címletű készpénzzel úgy, hogy a játékos kénytelen legyen kölcsönt felvenni; szerencsekártya használata negatív szám kivonásának modellezésére: a bank elengedi 2 Ft adósságodat; ha nincs adósságod, vegyél fel kölcsönt

A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása

Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása

Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása

Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása

**Témakör: Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok**

**Javasolt óraszám: 14 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

ismeri a racionális számokat.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat;

érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;

megfelelteti egymásnak a racionális számok közönséges tört és tizedes tört alakját.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Törtrészek ábrázolása, törtrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása

Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés

Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése

Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén

Számok ábrázolása számegyenesen

**Fogalmak**

közönséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, számegyenes

Javasolt tevékenységek

Kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részekre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színezése; színezett részhez törtszám megfeleltetése  
Törtek szemléltetése papírhajtogatással, színes rúd modellel.  
Adott törtrészek ábrázolása tányérmodellel (2 különböző színű papírtányért egy sugár mentén bevágva összecsúsztatunk; az egyik tányéron például 12 egyenlő részt jelző beosztások vannak)

Törtek összehasonlítása, például két egyenlő nagyságú és alakú téglalap közül az egyik 4, a másik 3 egyenlő részre osztása; az elsőben a 3 negyed, a másodikban a 2 harmad színezése  
A téglalapon kívül más alakzatok színezése, modellek alkalmazása  
Egyenlő és különböző törtek előállítása, összehasonlítása: játék az makaó-jellegű kártyajáték szabályai szerint a törtek, törtrészek különböző alakjaival

A helyiérték-táblázat bővítése; a „tökéletes pénztárgép” „apró” címletekkel való kiegészítése (euró, eurócent)

Törtek szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számegyeneseken

**Témakör: Alapműveletek közönséges törtekkel**

**Javasolt óraszám: 10 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

elvégzi az alapműveleteket a közönséges körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;

ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;

a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

meghatározza konkrét számok közös nevezőjét.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján

Alapműveletek elvégzése a közönséges törtek körében

Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban

A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása

Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása

Kapott eredmény ellenőrzése

**Fogalmak**

közös nevező

Javasolt tevékenységek

Kör- és téglalapmodell, tányérmodell, színes rúd modell alkalmazása alapműveletek értelmezésére  
„21-ezés” dominókkal: minden csoport kap egy kupac lefordított dominót; sorban húzunk, bármikor megállhatunk; a húzott dominót tetszőlegesen fordíthatjuk, egyik oldala a tört számlálója, másik a nevezője; a húzott és megfelelően fordított törteket összeadjuk; akinek az összege 2-nél több, kiesik; az győz, aki legjobban megközelíti a 2-t

A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása

Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása   
Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása   
Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása

**Témakör: Alapműveletek tizedes törtekkel**

**Javasolt óraszám: 8 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;

írásban összead, kivon és szoroz;

ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;

a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;

a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;

a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban szoroz, oszt.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban

Tizedes törtek írásbeli osztása legfeljebb kétjegyű egész számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése

Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban

A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása írásban és géppel számolás esetén

Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása

Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

**Fogalmak**

kerekítés

Javasolt tevékenységek

Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével  
„Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz

A tizedes törttel való osztás bemutatása és megtapasztalása mértékegység-átváltás segítségével

A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása

Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása  
Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása  
Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása

**Témakör: Arányosság, százalékszámítás**

**Javasolt óraszám: 6 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;

felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját;

ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;

ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;

idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Egyenes arányosság felismerése hétköznapi helyzetekben

Az egyenesen arányos mennyiségek felismert tulajdonságainak alkalmazása konkrét gyakorlati feladatok megoldásában

Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése

Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete

Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján

**Fogalmak**

egyenes arányosság, hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységei

Javasolt tevékenységek

Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés esetén

Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő mérése különböző alkalmi (például a ceruza hossza), objektív (például színes rúd) és szabványmértékegységekkel  
Annak megtapasztalása, hogy adott egységgel mérve a kisebb mennyiséghez kevesebb, a nagyobb mennyiséghez több egység szükséges   
A mérőszám változásának megfigyelése adott mennyiség különböző mértékegységekkel való mérése esetén

Törtrész előállításának megmutatása konkrét modelleken, például a ⅔ rész kiszámításakor először 3 egyenlő részre osztás az ⅓ rész kiszámításához, majd 2-vel szorzás

**Témakör: Egyszerű szöveges feladatok**

**Javasolt óraszám:** **8 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold;

különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít;

matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;

gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;

gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

megoldását ellenőrzi.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással

Gazdasági területekről vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással

A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással

A feladatok szövegének értelmezése, lényeg kiemelés, szükséges adatok, felesleges adatok szétválogatása

A megoldás ellenőrzése

Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

**Fogalmak**

becslés, ellenőrzés

Javasolt tevékenységek

* „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét
* Törtrészek összehasonlítását tartalmazó szöveges feladatokban a törtrészek szemléltetése szakaszokkal

**Témakör: A függvény fogalmának előkészítése**

**Javasolt óraszám:** **4 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;

felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;

felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátáival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása

A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése

Tájékozódás térképen, nézőtéren, sakktáblán és a koordináta-rendszerben

**Fogalmak**

megfeleltetés, koordináta-rendszer, pont koordinátái

Javasolt tevékenységek

A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése   
Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal  
A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

Mozijegy, színházjegy adatainak értelmezése; saját útvonal berajzolása térképre; torpedó játék, kültéri tájékozódási verseny

**Témakör: Sorozatok**

**Javasolt óraszám: 2 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

sorozatokat adott szabály alapján folytat;

néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból

Szabálykövetés ritmusban, rajzban, számolásban

Sorozatok adott szabály szerinti folytatása

Adott sorozat esetén legalább egy szabály felismerése és megfogalmazása

**Fogalmak**

sorozat, számsorozat, szabály

Javasolt tevékenységek

* Számok, sorminták, díszítőelemek, kották, népi motívumok tanári bemutatása, tanulói saját munka készítése
* Megkezdett ritmusgyakorlat megismétlése, tovább fűzése   
  Megkezdett díszítő motívum, sorminta folytatása  
  „Bumm” játék: számolási szabály követése, például a 7-tel osztható és a 7-est tartalmazó számokra
* A tanár által megkezdett sorozat minél több szabályának gyűjtése csoportmunkában  
  Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal  
  A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

**Témakör: Mérés és mértékegységek**

**Javasolt óraszám: 16 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;

ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;

egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés

Terület, térfogat és űrtartalom mérése gyakorlati helyzetekben alkalmi és szabványegységekkel a természetes és az épített környezetben

Téglalap, négyzet és háromszög kerületének, területének mérése a természetes és az épített környezetben

Téglalap, négyzet kerületének, területének kiszámítása

Sokszögek területének meghatározása átdarabolással

Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése a természetes és az épített környezetben

Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának kiszámítása

**Fogalmak**

szög és mértékegységei (fok, szögperc), szögfajták, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, felszín, térfogat és mértékegységei

Javasolt tevékenységek

Szívószál-modellel szögtartományok kijelölése  
Könyv, füzet, ajtó nyitásával létrehozott szögtartományok megfigyelése; szögmérő használata

Osztályterem adatainak becslése, mérése (hosszúság, szélesség, magasság, ablakok területe, a terem alapterülete, berendezés össztérfogata, a teremben lévő levegő becsült térfogata...)  
„Üreges testek” űrtartalmának becslése, mérése, összehasonlítása

Iskolaépület adatainak becslése, mérése (folyosók hossza, szélessége, alapterülete; lépcső magassága; tornaterem hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata; épület hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata…)  
Közeli játszótér, park, tó, épület adatainak becslése, mérése

Téglatest, kocka alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása

Téglatest, kocka alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

**Témakör: Síkbeli alakzatok**

**Javasolt óraszám: 8 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;

ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;

ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;

ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;

a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;

ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;

ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között;

ismeri a háromszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

síkbeli görbék közül kiválasztja a kört

síkbeli alakzatok közül kiválasztja a sokszögeket

kör és részeinek ismerete

Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése

Fejlesztési feladatok és ismeretek

sokszögek csoportosítása oldalaik tulajdonsága alapján

téglalap és négyzet tulajdonságainak ismerete, alkalmazása

Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete

**Fogalmak**

síkidom, sokszög, kör, téglalap, négyzet, körrel kapcsolatos fogalmak ismerete

Javasolt tevékenységek

Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása)

Különböző készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása

Háromszögeket tartalmazó készletből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása

Papír téglalap és négyzet tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása

Szabálytalan alakú papírból téglalap, négyzet hajtogatása

Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén

**Témakör: Transzformációk, szerkesztések**

**Javasolt óraszám: 6 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükörképét;

geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;

ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;

felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;

ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít;

ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőlegest, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Alapszerkesztések: szakaszfelező merőleges, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése;

Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése

Néhány adott feltételnek megfelelő ábra pontos szerkesztése

**Fogalmak**

merőlegesség, párhuzamosság, szakaszfelező merőleges

Javasolt tevékenységek

Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület vizsgálata, párhuzamos, merőleges alakzatok kiválasztása

**Témakör: Térgeometria**

**Javasolt óraszám:** **10 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;

testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;

ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;

ismeri a gömb tulajdonságait;

a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése

Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma;

Testek közül gömb kiválasztása

Testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok,

téglatest kocka hálójának elkészítése

**Fogalmak**

test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, alaprajz, háló, nézet

Javasolt tevékenységek

Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)

Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése

Készletből adott szempontnak megfelelő elemek válogatása

Építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése

Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben

**Témakör: Leíró statisztika**

**Javasolt óraszám: 2 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

értelmezi a táblázatok adatait, adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;

különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;

megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;

konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

A táblázatok adatainak értelmezése és ábrázolása (oszlopdiagram) kisméretű mintán

Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint

Érdemjegyek átlagának ismerete, alkalmazása

**Fogalmak**

adat, diagram,

Javasolt tevékenységek

Projektmunka, például iskolai büfével vagy szelektív hulladékgyűjtéssel kapcsolatos felmérés készítése (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)

Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában

**Témakör: Valószínűség-számítás**

**Javasolt óraszám: 4 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;

valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;

ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek

Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése

**Fogalmak**

valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény; „lehetséges, de nem biztos ” esemény; „lehetetlen” esemény

Javasolt tevékenységek

Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkel, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal

Tippelős játék eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odaírja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinte hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével

10 korongot feldobunk; a számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz

„Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít

„Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” döntések valamelyikére.

**6. évfolyam**

**Témakör: Halmazok**

**Javasolt óraszám:** **5 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

elemeket halmazba rendez több szempont alapján;

részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;

véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;

számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

konkrét esetekben halmazokat felismer és ábrázol.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Halmazokba rendezés egy-két szempont szerint

Halmazábra készítése

Számhalmazok szemléltetése számegyenesen

Részhalmazok felismerése ábráról

Halmazok közös részének és egyesítésének megállapítása ábrázolás segítségével.

**Fogalmak**

halmaz, elem, halmazábra, részhalmaz, közös rész, egyesítés, számegyenes

Javasolt tevékenységek

Konkrét elemek válogatása adott tulajdonság/tulajdonságok szerint, például csoport tagjai közül a szemüvegesek és a barna hajúak

Egy konkrét válogatás (tárgyak, logikai készlet elemei, alakzatok, szavak…) szempontjának/szempontjainak felfedeztetése

Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, … elemű részhalmazok képzése

Konkrét elemek két tulajdonság szerinti válogatása során a mindkét tulajdonsággal rendelkező elemek és a pontosan egy tulajdonsággal rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán   
A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása

**Témakör: Matematikai logika, kombinatorika**

**Javasolt óraszám:** **3 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;

tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;

a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;

összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

állítások logikai értékét (igaz vagy hamis) megállapítja.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Egyszerű állítások logikai értékének (igaz vagy hamis) megállapítása

Igaz és hamis állítások önálló megfogalmazása

Nyitott mondatok igazsághalmazának megtalálása próbálgatással

A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata

Egyszerű stratégiai, logikai és pénzügyi játékok, társasjátékok

Kis elemszámú halmaz elemeinek sorba rendezése mindennapi életből vett példákkal

Néhány számkártyát tartalmazó készlet elemeiből adott feltételeknek megfelelő számok alkotása

Az összes eset előállítása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás

**Fogalmak**

„igaz”, „hamis”; nyitott mondat, igazsághalmaz; „és”, „vagy”; „legalább”, „legfeljebb”; lehetőségek, összes lehetőség, rendszerező áttekintés, ágrajz

Javasolt tevékenységek

„Bírósági tárgyalás” játék: a vádlók hamis állításokat fogalmaznak meg például a páros számokról, a védők csoportja pedig cáfolja azokat

„Füllentős” játék csoportban: a csoportok mondanak 3 állítást, egy hamis, kettő igaz; a többieknek ki kell találni, melyik a hamis

Az igazsághalmaz elemeit is tartalmazó, néhány elemből álló halmaz elemeinek kipróbálása a nyitott mondat igazzá tételére

Konkrét tárgyakkal, készletek elemeivel, geometriai alkotásokkal az adott feltételeknek megfelelő összes lehetőség kirakása és rendszerezése

**Témakör: Természetes számok halmaza, számelméleti ismeretek**

**Javasolt óraszám: 12 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezős felbontását 1000-es számkörben;

meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját nagy számok esetén;

ismeri a római számjelek közül az L, C, D, M jeleket, felismeri az ezekkel képzett számokat a hétköznapi helyzetekben;

ismeri és alkalmazza a 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatóság szabályait;

a természetes számokat osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint csoportosítja.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Számok helyi értékes írásmódjának megértése tizes alapú számrendszerekben csoportosítást, leltározást, helyiérték-táblázatba rögzítést tartalmazó feladatokon keresztül

Számok helyi értékes írásmódjának használata nagy számok esetében

Római számok írása, olvasása a következő jelekkel: I, V, X, L, C, D, M

Osztók, többszörösök meghatározása; két szám közös osztóinak meghatározása; közös többszörösök meghatározása

2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 9-cel, 10-zel, 100-zal való oszthatósági szabályok ismerete és alkalmazása

A természetes számok csoportosítása osztóik száma alapján és adott számmal való osztási maradékuk szerint

**Fogalmak**

helyi érték, alaki érték, valódi érték, osztó, közös osztó, többszörös, közös többszörös

Javasolt tevékenységek

Játék a „tökéletes pénztárgéppel” 10 000-nél nagyobb számokkal: a gép a tíz egyforma címletű pénzt kiveszi, és a következő fiókba beletesz egy tízszer akkora címletűt, majd kiírja a fiók tartalmát. Mit tettem a fiókba, és mit ír ki a gép?

Páros munkában arab számok átírása római számokra és viszont; memóriajáték

„Bumm” játék a közös többszörösök meghatározásához: a tanulók hangosan számlálnak, például az egyik csoport tagjai az 5 többszöröseinél tapsolnak, a másik csoport tagjai a 7 többszöröseinél dobbantanak

„Osztó-fosztó” játék: az egyik játékos elvesz egy számkártyát, a másik elveheti ennek a számnak az összes, még az asztalon lévő osztóját, ezután a második játékos választ egy számot és így tovább

**Témakör: Alapműveletek természetes számokkal**

**Javasolt óraszám: 2 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

írásban összead, kivon és szoroz;

ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;

a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;

a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;

a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

gyakorlati feladatok megoldása során legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Számkörbővítés; fejben számolás százezres számkörben kerek ezresekkel; analógiák alkalmazása

Természetes számok összeadása, kivonása és szorzása írásban

Írásbeli osztás algoritmusa kétjegyű természetes számmal

Írásbeli osztás legfeljebb kétjegyű természetes számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése

A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén

Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása

A gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban

Zárójeleket tartalmazó műveletsorok átalakítása, kiszámolása a természetes számok körében

Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

**Fogalmak**

összeadandók, az összeg tagjai, kisebbítendő, kivonandó, különbség, szorzandó, szorzó, szorzat, a szorzat tényezői, felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság, osztandó, osztó, hányados, maradék, zárójel, kerekítés, becslés, ellenőrzés

Javasolt tevékenységek

Fejben számolás gyakorlása játékkal

„Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz: a műveletekben szereplő számokhoz számjegyek sorsolása dobókockával; a dobott értékek tetszőleges helyi értékre írhatók; az nyer, aki a legnagyobb, legkisebb vagy adott célszámhoz legközelebbi eredményt tudja kiszámolni a felírt számaiból

A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása

Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása  
Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása  
Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása

„Nem hiszem” páros játék: egyik játékos állításokat fogalmaz meg, a másik játékos dönt ennek igazságáról; például: két liter tej belefér egy 1 dm élű kocka alakú edénybe; a játékot az a tanuló nyeri, aki eltalálja az állítás igazságértékét

**Témakör: Egész számok; alapműveletek egész számokkal**

**Javasolt óraszám: 8 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;

a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;

a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;

a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

meghatározza konkrét számok ellentettjét, abszolút értékét;

ismeri az egész számokat.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Negatív számok a gyakorlatban: adósság, tengerszint alatti mélység, fagypont alatti hőmérséklet

Egész számok ismerete, összehasonlítása, ábrázolása számegyenesen. Ellentett, abszolút érték fogalmának ismerete és alkalmazása

Alapműveletek elvégzése az egész számok körében

Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban

A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása fejben, írásban és géppel számolás esetén

Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása

Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

**Fogalmak**

ellentett, negatív szám, előjel, egész szám, abszolút érték, kerekítés, becslés, ellenőrzés

Javasolt tevékenységek

Az előírt művelet szemléltetése játékpénzzel és adósságcédulákkal

Az előírt művelet szemléltetése a számegyenesen való lépegetéssel, például „Hol van a kisautó, ha

A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása

Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása

Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása

Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása

**Témakör: Közönséges törtek, tizedes törtek, racionális számok**

**Javasolt óraszám: 8 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

ismeri a racionális számokat.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

ábrázol törtrészeket, meghatároz törtrészeknek megfelelő törtszámokat;

érti és alkalmazza a számok helyi értékes írásmódját tizedes törtek esetén;

megfelelteti egymásnak a racionális számok közönséges tört és tizedes tört alakját.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Törtrészek ábrázolása, törtrészeknek megfelelő törtszámok meghatározása

Törtek összehasonlítása, egyszerűsítés, bővítés

Különböző alakokban írt egyenlő törtek felismerése

Számok helyi értékes írása tizedes törtek esetén

Számok ábrázolása számegyenesen

**Fogalmak**

közönséges tört, számláló, nevező, törtvonal, vegyes szám, egyszerűsítés, bővítés, tizedes tört, tizedesvessző, helyi értékes írásmód, racionális szám, számegyenes

Javasolt tevékenységek

Kör (torta, pizza) és téglalap (tábla csokoládé) egyenlő részekre darabolása, adott törtnek megfelelő rész színezése; színezett részhez törtszám megfeleltetése  
Törtek szemléltetése papírhajtogatással, színes rúd modellel  
Adott törtrészek ábrázolása tányérmodellel (2 különböző színű papírtányért egy sugár mentén bevágva összecsúsztatunk; az egyik tányéron például 12 egyenlő részt jelző beosztások vannak)

Törtek összehasonlítása, például két egyenlő nagyságú és alakú téglalap közül az egyik 4, a másik 3 egyenlő részre osztása; az elsőben a 3 negyed, a másodikban a 2 harmad színezése  
A téglalapon kívül más alakzatok színezése, modellek alkalmazása.

A helyiérték-táblázat bővítése; a „tökéletes pénztárgép” „apró” címletekkel való kiegészítése (euró, eurócent)

Törtek szemléltetése és összehasonlítása párhuzamos számegyeneseken

**Témakör: Alapműveletek közönséges törtekkel**

**Javasolt óraszám: 10 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

elvégzi az alapműveleteket a közönsége körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;

ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;

a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

meghatározza konkrét számok reciprokát.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Alapműveletek értelmezése tárgyi tevékenységek, ábrázolások alapján

Reciprok fogalmának ismerete és alkalmazása

Alapműveletek elvégzése a közönséges törtek körében

Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban

A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása

Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása

Kapott eredmény ellenőrzése

**Fogalmak**

közös nevező, reciprok

Javasolt tevékenységek

Kör- és téglalapmodell, tányérmodell, színes rúd modell alkalmazása alapműveletek értelmezésére  
„21-ezés” dominókkal: minden csoport kap egy kupac lefordított dominót; sorban húzunk, bármikor megállhatunk; a húzott dominót tetszőlegesen fordíthatjuk, egyik oldala a tört számlálója, másik a nevezője; a húzott és megfelelően fordított törteket összeadjuk; akinek az összege 2-nél több, kiesik; az győz, aki legjobban megközelíti a 2-t

A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása

Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása   
Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása   
Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása

**Témakör: Alapműveletek tizedes törtekkel**

**Javasolt óraszám: 6 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

elvégzi az alapműveleteket a racionális számok körében, eredményét összeveti előzetes becslésével;

írásban összead, kivon és szoroz;

ismeri és helyesen alkalmazza a műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályokat fejben, írásban és géppel számolás esetén is a racionális számok körében;

a műveleti szabályok ismeretében ellenőrzi számolását, a kapott eredményt észszerűen kerekíti;

a gyakorlati problémákban előforduló mennyiségeket becsülni tudja, feladatmegoldásához ennek megfelelő tervet készít;

a fejszámoláson és az írásban végzendő műveleteken túlmutató számolási feladatokhoz és azok ellenőrzéséhez számológépet használ.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

gyakorlati feladatok megoldása során tizedes törtet legfeljebb kétjegyű egész számmal írásban oszt. A hányadost megbecsüli.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Tizedes törtek összeadása, kivonása és szorzása írásban

Tizedes törtek írásbeli osztása legfeljebb két tizedes jegyet tartalmazó számmal gyakorlati feladatok megoldása során; a hányados becslése

Az alapműveletek tulajdonságainak (felcserélhetőség, csoportosíthatóság, széttagolhatóság) ismerete és alkalmazása a gyakorlatban

A műveleti sorrendre és a zárójelezésre vonatkozó szabályok ismerete és helyes alkalmazása írásban és géppel számolás esetén

Egyszerű szöveges feladat matematikai tartalmának felismerése, és az annak megfelelő műveletsor felírása

Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

Kapott eredmény ellenőrzése; észszerű kerekítés

**Fogalmak**

kerekítés

Javasolt tevékenységek

Az írásbeli műveletvégzés algoritmusának segítése a „tökéletes pénztárgép” működési elvével  
„Számalkotó” játék írásbeli összeadáshoz, kivonáshoz

A tizedes törttel való osztás bemutatása és megtapasztalása mértékegység-átváltás segítségével

A műveleti sorrend és a zárójelezési szabályok alkalmazása csoportmunkában, például ugyanazokat a számokat tartalmazó, csoportonként más-más zárójeles és zárójel nélküli műveletsorok elvégzése, majd az egyes csoportok eredményeinek összehasonlítása

Adott szöveges feladathoz többféle műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása  
Adott szöveges feladathoz megfelelő műveletsor megalkotása  
Adott műveletsorhoz szöveges feladat írása

**Témakör: Arányosság, százalékszámítás**

**Javasolt óraszám: 14 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;

felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját;

ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;

ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;

idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Egyenes arányosság felismerése hétköznapi helyzetekben

Az egyenesen arányos mennyiségek felismert tulajdonságainak alkalmazása konkrét gyakorlati feladatok megoldásában

Az egyenes arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése

Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységeinek ismerete

Az ismert szabványmértékegységek átváltása helyi értékes gondolkodás alapján

Törtrészkiszámítási feladatok az egyenesen arányos mennyiségek kapcsolatainak alkalmazásával

Százalékérték, százalékalap, százalékláb fogalmának felismerése

Századrész és százalék elnevezések párhuzamos használata gyakorlati helyzetekben

Százalékérték kiszámítása konkrét gyakorlati feladatok megoldásában

**Fogalmak**

arány, egyenes arányosság, hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő szabványmértékegységei, százalékelnevezések

Javasolt tevékenységek

Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés esetén

Hosszúság, űrtartalom, tömeg, idő mérése különböző alkalmi (például a ceruza hossza), objektív (például színes rúd) és szabványmértékegységekkel  
Annak megtapasztalása, hogy adott egységgel mérve a kisebb mennyiséghez kevesebb, a nagyobb mennyiséghez több egység szükséges   
A mérőszám változásának megfigyelése adott mennyiség különböző mértékegységekkel való mérése esetén

Törtrész előállításának megmutatása konkrét modelleken, például a ⅔ rész kiszámításakor először 3 egyenlő részre osztás az ⅓ rész kiszámításához, majd 2-vel szorzás

Fogyasztási cikkek címkéin, reklámokban, társadalomismereti és természetismereti tanulmányokban előforduló százalékos adatok értelmezése

**Témakör: Egyszerű szöveges feladatok**

**Javasolt óraszám:** 1**2 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

egyismeretlenes elsőfokú egyenletet lebontogatással és mérlegelvvel megold;

különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít;

matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;

gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;

gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

megoldását ellenőrzi.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Matematikai tartalmú egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással

Gazdasági területekről vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással

A mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása különféle módszerekkel, például szakaszos ábrázolással, visszafelé gondolkodással

A feladatok szövegének értelmezése, lényeg kiemelés, szükséges adatok, felesleges adatok szétválogatása

A megoldás ellenőrzése

Gyakorlati problémákban előforduló mennyiségek becslése

**Fogalmak**

becslés, ellenőrzés

Javasolt tevékenységek

* „Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal; a tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot; a tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét
* Törtrészek összehasonlítását tartalmazó szöveges feladatokban a törtrészek szemléltetése szakaszokkal

**Témakör: A függvény fogalmának előkészítése**

**Javasolt óraszám:** **6 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;

felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;

felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

tájékozódik a koordináta-rendszerben: koordinátáival adott pontot ábrázol, megadott pont koordinátáit leolvassa.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása

A matematikából és a mindennapi életből vett megfeleltetések tulajdonságainak megfigyelése, elemzése

Tájékozódás térképen, nézőtéren, sakktáblán és a koordináta-rendszerben

Egyenes arányosság grafikonjának felismerése

**Fogalmak**

megfeleltetés, egyenes arányosság, koordináta-rendszer, pont koordinátái, grafikon

Javasolt tevékenységek

A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése   
Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal  
A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

Egyenes arányosság gyakorlati feladatainak adataiból grafikon készítése

„Nem hiszem” páros játék: különböző grafikonok közül az egyenes arányosság grafikonjának kiválasztása

**Témakör: Sorozatok**

**Javasolt óraszám: 4 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

sorozatokat adott szabály alapján folytat;

néhány tagjával adott sorozat esetén felismer és megfogalmaz képzési szabályt.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Sorozatok létrehozása számokból, jelekből, alakzatokból

Szabálykövetés ritmusban, rajzban, számolásban

Sorozatok adott szabály szerinti folytatása

Adott sorozat esetén legalább egy szabály felismerése és megfogalmazása

**Fogalmak**

sorozat, számsorozat, szabály

Javasolt tevékenységek

* Számok, sorminták, díszítőelemek, kották, népi motívumok tanári bemutatása, tanulói saját munka készítése
* Megkezdett ritmusgyakorlat megismétlése, tovább fűzése   
  Megkezdett díszítő motívum, sorminta folytatása  
  „Bumm” játék: számolási szabály követése, például a 7-tel osztható és a 7-est tartalmazó számokra
* A tanár által megkezdett sorozat minél több szabályának gyűjtése csoportmunkában  
  Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal  
  A párok szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

**Témakör: Mérés és mértékegységek**

**Javasolt óraszám: 6 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;

ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;

egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

síkbeli tartományok közül kiválasztja a szögtartományokat, nagyság szerint összehasonlítja, méri, csoportosítja azokat.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Szögtartomány ismerete; összehasonlítás, csoportosítás; szögmérés

Terület, térfogat és űrtartalom mérése gyakorlati helyzetekben alkalmi és szabványegységekkel a természetes és az épített környezetben

Téglalap, négyzet és háromszög kerületének, területének mérése a természetes és az épített környezetben

Téglalap, négyzet kerületének, területének kiszámítása

Sokszögek területének meghatározása átdarabolással

Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának mérése a természetes és az épített környezetben

Téglatest, kocka alakú tárgyak felszínének és térfogatának kiszámítása

**Fogalmak**

szög és mértékegységei (fok, szögperc), szögfajták, kerület, terület, űrtartalom és mértékegységei, felszín, térfogat és mértékegységei

Javasolt tevékenységek

Osztályterem adatainak becslése, mérése (hosszúság, szélesség, magasság, ablakok területe, a terem alapterülete, berendezés össztérfogata, a teremben lévő levegő becsült térfogata...)  
„Üreges testek” űrtartalmának becslése, mérése, összehasonlítása

Kavicsok térfogatának mérése a mérőhengerben lévő víz vízszintemelkedése alapján  
Iskolaépület adatainak becslése, mérése (folyosók hossza, szélessége, alapterülete; lépcső magassága; tornaterem hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata; épület hossza, szélessége, alapterülete, becsült magassága, becsült térfogata…)  
Közeli játszótér, park, tó, épület adatainak becslése, mérése

Papírból készült sokszögek átdarabolásának bemutatása, majd egyéni kipróbálás és a saját megoldások összehasonlítása

Téglatest, kocka alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása

Téglatest, kocka alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

**Témakör: Síkbeli alakzatok**

**Javasolt óraszám: 10 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;

ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;

ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;

ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;

a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;

ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;

ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között;

ismeri a háromszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

csoportosítja a háromszögeket szögeik és oldalaik szerint;

felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Környezetünk tárgyaiban a geometriai alakzatok felfedezése

Síkbeli görbék közül a kör kiválasztása

Egyenes, félegyenes és szakasz megkülönböztetése

Síkbeli alakzatok közül a sokszögek kiválasztása

Háromszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső szögek összege, háromszög-egyenlőtlenség

Tengelyesen szimmetrikus háromszögek ismerete

Háromszögek csoportosítása szögeik és oldalaik szerint

A speciális négyszögek: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet

elnevezések ismerete

**Fogalmak**

síkidom, sokszög, belső szög, külső szög; hegyesszögű, derékszögű, tompaszögű, egyenlő szárú és szabályos háromszög; téglalap, négyzet

Javasolt tevékenységek

Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a lényegtelen tulajdonságok kizárása)

Különböző készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása

Papír háromszög sarkainak levágása és egymás mellé helyezése  
Szívószálból, hurkapálcából háromszög készítése (lehetséges és lehetetlen helyzetek)

Papír háromszögek hajtogatásával vagy síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése

Háromszögeket tartalmazó készletből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása

Papír téglalap és négyzet tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása

Négyszögek csoportosítása megadott szempontok szerint

Tangram

**Témakör: Transzformációk, szerkesztések**

**Javasolt óraszám: 14 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükörképét;

geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;

ismeri a tengelyesen szimmetrikus háromszöget;

felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;

ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

tapasztalatot szerez a síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben;

felismeri a síkban az egybevágó alakzatokat;

a szerkesztéshez tervet, előzetes ábrát készít;

ismeri az alapszerkesztéseket: szakaszfelező merőlegest, szögfelezőt, merőleges és párhuzamos egyeneseket szerkeszt, szöget másol.

ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Tapasztalatszerzés síkbeli mozgásokról gyakorlati helyzetekben

Egybevágó alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben

Tengelyes tükrözés ismerete és alkalmazása

Tengelyesen szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben

Alakzatok tengelyes tükörképének megszerkesztése

Alapszerkesztések: szakaszfelező merőleges, merőleges és párhuzamos egyenesek szerkesztése; szögfelezés, szögmásolás

Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése

Néhány adott feltételnek megfelelő ábra pontos szerkesztése

Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete

**Fogalmak**

szimmetriatengely, tengelyes szimmetria, merőlegesség, párhuzamosság, szakaszfelező merőleges, szögfelező félegyenes, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk

Javasolt tevékenységek

Az osztályterem bútorainak mozgatása, tologatása, forgatása; saját eszközök mozgatása a padon  
Ábrák másolása másolópapír (például: sütőpapír) segítségével; a másolat mozgatása

Szimmetrikus alkotások előállítása például tükör, hajtogatás, digitális eszköz segítségével

Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület egybevágó részeinek keresése, tengelyesen szimmetrikus alakzatok kiválasztása

Tengelyes tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)

„ Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén

**makör: Térgeometria**

**Javasolt óraszám:** **4 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;

testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;

ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;

ismeri a gömb tulajdonságait;

a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Környezetünk tárgyaiban a geometriai testek felfedezése

Téglatest, kocka tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló

Testek közül gömb kiválasztása

Építmények készítése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján

Testekről, építményekről nézeti rajzok, alaprajzok, hálók készítése

**Fogalmak**

test, kocka, téglatest, lap, él, csúcs, lapátló, testátló, alaprajz, háló, nézet

Javasolt tevékenységek

Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)

Téglatest- és kockamodell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése

Készletből adott szempontnak megfelelő elemek válogatása

Építés dobozokból, színes rudakból, kis kockákból (kockacukor) feltételek alapján; lapok, élek, csúcsok, nézetek, hálók megfigyelése

Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben

**Témakör: Leíró statisztika**

**Javasolt óraszám: 6 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;

adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;

különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;

megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;

konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Adatokat, táblázatokat és diagramokat tartalmazó források felkutatása (például háztartás, sport, egészséges életmód, gazdálkodás)

A táblázatok adatainak értelmezése és ábrázolása (oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram) kisméretű mintán

A hétköznapi életből gyűjtött adatok táblázatba rendezése, ábrázolása hagyományos eszközökkel kisméretű minta esetén

Azonos adathalmazon alapuló kördiagram és oszlopdiagram összehasonlítása becslés alapján kisméretű minta esetén

Táblázatból adatgyűjtés adott szempont szerint

Átlag fogalmának ismerete, alkalmazása

**Fogalmak**

adat, diagram, átlag

Javasolt tevékenységek

Projektmunka, például iskolai büfével vagy szelektív hulladékgyűjtéssel kapcsolatos felmérés készítése (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)

Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában

**Témakör: Valószínűség-számítás**

**Javasolt óraszám: 6 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;

valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;

ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Egyszerű valószínűségi játékok és kísérletek

Valószínűségi játékok és kísérletek adatainak tervszerű gyűjtése

A „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” események felismerése

**Fogalmak**

valószínűségi kísérlet, „biztos” esemény; „lehetséges, de nem biztos ” esemény; „lehetetlen” esemény

Javasolt tevékenységek

Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkel, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal

Játék eseménykártyákkal a „biztos”, „lehetséges, de nem biztos”, „lehetetlen” események megkülönböztetésére, események gyakoriságának megfigyelésére csoportmunkában: valószínűségi kísérlethez (például 3 korongot feldobunk) tartozó eseményeket írunk kártyákra (például mindhárom kék; több a kék, mint a piros; nincs piros; van kék; van két egyforma szín; egyik színből sincs legalább kettő); kiosztjuk a kártyákat, elvégezzük a kísérletet, majd mindenki rátesz egy zsetont arra a kártyájára, amelyikre írt esemény bekövetkezett; a kísérletek végén elemzés: melyik a jó kártya, melyik rossz, melyiket választanád

Tippelős játék eseménykártyákkal: minden kártyára mindenki odaírja a tippjét, hogy 20 kísérletből szerinte hányszor következik be; ellenőrizzük a kísérletek elvégzésével

10 korongot feldobunk; a számegyenesen a 0-ból indulva annyit lépünk pozitív irányba, ahány pirosat dobtunk, majd innen annyit negatív irányba, ahány kéket; tippeld meg, hova jutsz; válassz 4 számkártyát, nyersz, ha ezek valamelyikére jutsz

„Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például lehetséges, de nem biztos, hogy két dobókockával dobva a dobott számok összege 13), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít

„Szavazós” játék: a tanár vagy egy tanuló állítást fogalmaz meg egy kísérlet kimenetelére (például két dobókockával a dobott számok szorzata 40); az osztály szavaz a „biztos”, a „lehetséges, de nem biztos” és a „lehetetlen” döntések valamelyikére.

**7. évfolyam**

**Témakör: Halmazok, számhalmazok**

**Javasolt óraszám:** **4 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

elemeket halmazba rendez több szempont alapján;

részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;

számokat, számhalmazokat számegyenesen ábrázol;

véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;

ismeri a racionális számokat

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Halmazokba rendezés több szempont szerint

Halmazábra készítése

Számok, számhalmazok szemléltetése számegyenesen

Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben

Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben

Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése

Példák véges és végtelen szakaszos tizedes törtekre

**Fogalmak**

kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos tizedes tört

Javasolt tevékenységek

Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint

Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése

Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, … elemű részhalmazok képzése  
Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például A={paralelogrammák} halmaz részhalmaza B={rombuszok}, nem részhalmaza C={deltoidok}

Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók

A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása

Logikai szita megtapasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből

Csoportmunkában különböző közönséges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése  
Játék makaó-jellegű kártyajátékkal: törtek különböző alakjainak keresése

**Témakör: Matematikai logika, kombinatorika, gráfok**

**Javasolt óraszám:** **8 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;

tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért;

a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;

összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;

konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása

A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata

Egyszerű stratégiai és logikai játékok

Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is

Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül

Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás

Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére

**Fogalmak**

„minden”, „van olyan”

Javasolt tevékenységek

Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett

Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is)

Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása

Lehetséges útvonalak összeszámlálása

Fagylalt vásárlása kehelybe vagy tölcsérbe

Számkártyás feladatok megoldása

**Témakör: Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök**

**Javasolt óraszám: 12 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezős felbontását 1000-es számkörben;

meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;

pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül

Összetett számok prímtényezős felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben

Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása

Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényezős felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása

**Fogalmak**

prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték

Javasolt tevékenységek

Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére

Prímtényezős felbontás algoritmusának megmutatása

„Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére

Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezőkkel

Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére

Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására

Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel

**Témakör: Arányosság, százalékszámítás**

**Javasolt óraszám:** **16 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;

felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;

felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

ismeri a százalék fogalmát, egyszerű gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;

idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben

Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása

Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, levegő összetétele, páratartalom

Banki ajánlatok (ügyfélcsomagok, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása

Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása

A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése

Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

**Fogalmak**

fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei

Javasolt tevékenységek

Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén

A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával

Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén

Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása

Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése

Projektmunka, például összejövetel, jótékonysági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése

Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel   
Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges

A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után

Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal

**Témakör: Szöveges feladatok előkészítése (algebrai kifejezések, egyenletek megoldása)**

**Javasolt minimum óraszám: 16 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;

egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz

egyszerű egyismeretlenes elsőfokú egyenletet mérlegelvvel megold.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére

Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása

Helyettesítési érték számolása

Egytagú kifejezések számmal való szorzása

Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása

Két tagból közös számtényező kiemelése

Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvvel

**Fogalmak**

változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, mérlegelv

Javasolt tevékenységek

Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása

Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó műveletsor megalkotása

„Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása

„Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejben alkalmazott lebontogatási stratégia felfedése és formális leírása

Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával

**Témakör: Szöveges feladatok**

**Javasolt óraszám:** **12 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;

gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;

gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)

Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel

Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel

Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása

Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése

**Fogalmak**

ellenőrzés

Javasolt tevékenységek

Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával

Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel;  
A költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány;  
Egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások

**Témakör: A függvény fogalmának előkészítése (egyenes, fordított arányosság, grafikonok elemzése)**

**Javasolt óraszám:** **8 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;

felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;

értéktáblázatok adatait grafikusan ábrázolja;

egyszerű grafikonokat jellemez.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása

Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték

Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása

Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása

Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben

Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása

**Fogalmak**

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon

Javasolt tevékenységek

A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése

Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal

A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése

Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása

Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása

**Témakör: Síkbeli alakzatok**

**Javasolt óraszám: 16 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;

ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;

ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;

a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;

meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;

ismeri a kör részeit; különbséget tesz egyenes, félegyenes és szakasz között.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Háromszögek külső szögeinek összege

Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma

A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra

Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások

Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete

**Fogalmak**

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk

Javasolt tevékenységek

Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapból négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása

Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése

Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása

„Rontó” játék speciális négyszögekkel

Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása

Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása

„Körjáték”: jelzésre labda gurítása húr mentén, átmérő mentén, sugár mentén

**Témakör: Transzformációk, szerkesztések**

**Javasolt óraszám: 16 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

megszerkeszti alakzatok tengelyes és középpontos tükörképét;

geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;

ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Középpontos tükrözés ismerete és alkalmazása

Középpontosan szimmetrikus alakzatok felismerése a természetes és az épített környezetben

Alakzatok középpontos tükörképének megszerkesztése

Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése

Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió

Dinamikus geometriai szoftver használata

**Fogalmak**

szimmetria-középpont, középpontos szimmetria

Javasolt tevékenységek

Ábrák másolása másolópapír (például sütőpapír) segítségével; a másolat síkban való pont körüli elfordítása 180°-kal; tulajdonságok megfigyelése

Osztályterem, iskola, közeli játszótér, park, tó, épület középpontosan szimmetrikus alakzatainak kiválasztása

Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)

Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése

Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel

**Témakör: Térgeometria**

**Javasolt óraszám:** **12 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;

testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;

ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;

egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;

a kocka, a téglatest, a hasáb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése

Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló

Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján

Testek hálójának készítése

Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással

**Fogalmak**

hasáb, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság

Javasolt tevékenységek

Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)

Hasáb és gúla alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése

Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben

Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása

Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

**Témakör: Leíró statisztika**

**Javasolt óraszám: 8 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;

adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;

megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;

konkrét adatsor esetén átlagot számol

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése

Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon

Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint

Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása

Konkrét adatsor esetén átlag

**Fogalmak**

oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram

Javasolt tevékenységek

Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában

Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)

Konkrét adathalmazok átlagainak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában

**Témakör: Valószínűség-számítás**

**Javasolt óraszám: 8 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;

valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;

ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése, ábrázolása digitálisan is

Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése

Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál

A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során

**Fogalmak**

esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

Javasolt tevékenységek

Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkel, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal

Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok

Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljünk az események gyakoriságára

Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja

Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket

„Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít  
„Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteleket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről

**8. évfolyam**

**Témakör: Halmazok, számhalmazok**

**Javasolt óraszám:** **12 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

elemeket halmazba rendez több szempont alapján;

részhalmazokat konkrét esetekben felismer és ábrázol;

számokat, számhalmazokat, halmazműveleti eredményeket számegyenesen ábrázol;

véges halmaz kiegészítő halmazát (komplementerét), véges halmazok közös részét (metszetét), egyesítését (unióját) képezi és ábrázolja konkrét esetekben;

ismeri a racionális számokat, tud példát végtelen nem szakaszos tizedes törtre.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Halmazokba rendezés több szempont szerint

Halmazábra készítése

Számok, számhalmazok, halmazműveleti eredmények szemléltetése számegyenesen

Részhalmazok felismerése és ábrázolása konkrét esetekben

Véges halmaz kiegészítő halmazának (komplementerének), véges halmazok metszetének és uniójának megállapítása ábrázolás segítségével konkrét esetekben

Természetes számok, egész számok, racionális számok halmazának ismerete, halmazábrájuk elkészítése

Véges és végtelen szakaszos tizedes törtek ismerete

Példa végtelen nem szakaszos tizedes törtre

**Fogalmak**

kiegészítő halmaz (komplementer), metszet, unió, természetes szám, egész szám, racionális szám; véges, végtelen szakaszos és végtelen nem szakaszos tizedes tört

Javasolt tevékenységek

Konkrét elemek válogatása több adott tulajdonság szerint

Egy konkrét válogatás szempontjainak felfedeztetése

Konkrét halmaz elemeiből 1, 2, … elemű részhalmazok képzése  
Legfeljebb 4 elemű halmaz esetén az összes részhalmaz előállítása  
Példák és ellenpéldák mutatása részhalmazra, például A={paralelogrammák} halmaz részhalmaza B={rombuszok}, nem részhalmaza C={deltoidok}

Konkrét elemek szétválogatása adott tulajdonság és a tagadása szerint, például az osztály tanulói közül az iskolától legfeljebb 1 km-re élők és a távolabb lakók  
Konkrét elemek két-három tulajdonság szerinti válogatása során a mindegyik tulajdonsággal rendelkező elemek, a pontosan egy tulajdonsággal, a pontosan két tulajdonsággal és az egyetlen tulajdonsággal sem rendelkező elemek elhelyezése a halmazábrán

A legalább egy tulajdonsággal rendelkező elemek felsorolása

Logikai szita megtapasztalása, például 5 piros meg 4 kör összesen 7 elem a logikai készletből

Csoportmunkában különböző közönséges törtek átírása úgy, hogy minden lehetséges tizedes tört típus alakja előforduljon; a tapasztalatok megbeszélése, irányított összegzése  
Játék makaó-jellegű kártyajátékkal: törtek különböző alakjainak keresése

**Témakör: Matematikai logika, kombinatorika, gráfok**

**Javasolt óraszám:** **8 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

igaz és hamis állításokat fogalmaz meg;

tanult minták alapján néhány lépésből álló bizonyítási gondolatsort megért és önállóan összeállít;

a logikus érvelésben a matematikai szaknyelvet következetesen alkalmazza társai meggyőzésére;

összeszámlálási feladatok megoldása során alkalmazza az összes eset áttekintéséhez szükséges módszereket;

konkrét szituációkat szemléltet gráfok segítségével.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Igaz és hamis állítások felismerése, önálló megfogalmazása

A matematikai logika egyszerű, a korosztály számára érthető szakkifejezéseinek ismerete és használata

Egyszerű stratégiai és logikai játékok

Konkrét helyzethez kötött sorba rendezési problémák megoldása kör mentén is

Konkrét helyzethez kötött kiválasztási problémák megoldása a sorrend figyelembevételével és anélkül

Az összes eset összeszámlálása során rendszerezési sémák használata: táblázat, ágrajz, szisztematikus felsorolás

Gráfok alkalmazása konkrét szituációk szemléltetésére

**Fogalmak**

„minden”, „van olyan”, gráf, gráf csúcsa, gráf éle

Javasolt tevékenységek

Az osztályteremben néhány tanuló feltételekkel vagy anélkül való elhelyezkedési lehetőségeinek lejátszása, összeszámlálása kör mentén, fal mellett

Golyók sorba rendezése (lehetnek köztük egyformák is)

Ábrák színezése, színezési lehetőségek összeszámlálása

Lehetséges útvonalak összeszámlálása

Fagylalt vásárlása kehelybe vagy tölcsérbe

Számkártyás feladatok megoldása

Gráfok alkalmazása kézfogások, köszöntések, körmérkőzések (visszavágóval vagy anélkül), családfák, ismeretségek szemléltetésére, különböző feltételek szerinti esetszétválasztás áttekintésére

Logikai készlet épülésének szemléltetése gráffal

**Témakör: Számelméleti ismeretek, hatvány, négyzetgyök**

**Javasolt óraszám: 12 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

ismeri a prímszám és az összetett szám fogalmakat; el tudja készíteni összetett számok prímtényezős felbontását 1000-es számkörben;

meghatározza természetes számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;

pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványát kiszámolja;

négyzetszámok négyzetgyökét meghatározza.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Prímszámok, összetett számok kiválasztása a természetes számok közül

Összetett számok prímtényezős felbontásának ismerete és alkalmazása 1000-es számkörben

Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása és alkalmazása

Pozitív egész számok pozitív egész kitevőjű hatványának alkalmazása: prímtényezős felbontás felírása hatványokkal, mértékegységek átváltása, számrendszerek helyi értékeinek felírása

Négyzetszámok négyzetgyökének kiszámolása

**Fogalmak**

prímszám, összetett szám, prímtényezős felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, hatvány, hatványalap, hatványkitevő, hatványérték, négyzetszám, négyzetszámok négyzetgyöke

Javasolt tevékenységek

Eratoszthenészi szita alkalmazása prímek keresésére

Prímtényezős felbontás algoritmusának megmutatása

„Bumm” játék a közös többszörösök felismerésére

Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös meghatározása prímtényezőkkel

Legnagyobb közös osztó alkalmazása törtek egyszerűsítésére

Legkisebb közös többszörös alkalmazása közös nevező meghatározására

Négyzet kirakása kisebb egybevágó négyzetekkel

Négyzet területéből a négyzet oldalának meghatározása, ha a terület mérőszáma négyzetszám

**Témakör: Arányosság, százalékszámítás**

**Javasolt óraszám:** **12 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén;

felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;

felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

ismeri a százalék fogalmát, gazdasági, pénzügyi és mindennapi élethez kötődő százalékszámítási feladatokat megold;

idő, tömeg, hosszúság, terület, térfogat és űrtartalom mértékegységeket átvált helyi értékes gondolkodás alapján, gyakorlati célszerűség szerint.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Egyenes és fordított arányosság felismerése és alkalmazása konkrét helyzetekben

Egyenes arányosság grafikonjának megrajzolása

Valóságos helyzetekhez kötődő százalékszámítás: áremelés, leárazás, egyszerű kamat, keverési feladatok megoldása, levegő összetétele, páratartalom

Banki ajánlatok (ügyfélcsomagok, számlavezetési, megbízási és tranzakciós díjak) összehasonlításával kapcsolatos feladatok megoldása

Megtakarítási és hitelfelvételi lehetőségekkel kapcsolatos egyszerű feladatok megoldása

A fordított arányosság és a mérés kapcsolatának felismerése

Terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységeinek ismerete és átváltása

**Fogalmak**

fordított arányosság, százalék, terület, térfogat, űrtartalom szabványmértékegységei

Javasolt tevékenységek

Egyenesen arányos mennyiségpárok keresése például vásárlás, parkettázás, mérés, egyenletes mozgás (megtett út – sebesség, megtett út – menetidő) esetén

A fordított arányosság megtapasztalása torta, csokoládé egyenlő részekre osztásával

Fordítottan arányos mennyiségpárok keresése például munkavégzés, mérés, egyenletes mozgás (adott út megtételénél sebesség–menetidő) esetén

Azonos területű, különböző téglalapok oldalhosszainak megfigyelése, összehasonlítása

Százalékszámításhoz, arányossághoz kapcsolódó példák gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott példák, problémák feldolgozása és bemutatása csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése

Projektmunka, például összejövetel, jótékonysági süteményvásár, osztálykirándulás költségvetésének tervezése

Terület, térfogat, űrtartalom mérése különböző alkalmi, objektív és szabványmértékegységekkel   
Annak megtapasztalása, hogy adott mennyiséget különböző egységekkel mérve a kisebb egységből több, a nagyobb egységből kevesebb szükséges

A mérőszám változásának megfigyelése a mértékegység átváltása után

Térfogat és űrtartalom mértékegységei közötti kapcsolat megmutatása, például 1 dm élű üreges kocka feltöltése 1 liter folyadékkal

**Témakör: Szöveges feladatok előkészítése (algebrai kifejezések, egyenletek megoldása)**

**Javasolt minimum óraszám: 12 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

egyszerű betűs kifejezésekkel összeadást, kivonást végez, és helyettesítési értéket számol;

egy- vagy kéttagú betűs kifejezést számmal szoroz, két tagból közös számtényezőt kiemel;

egyismeretlenes elsőfokú egyenletet mérlegelvvel megold.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Hétköznapi problémák matematikai tartalmának formalizálása; betűk használata az ismeretlen mennyiségek jelölésére

Egyszerű betűs kifejezések összeadása, kivonása

Helyettesítési érték számolása

Egytagú kifejezések számmal való szorzása

Kéttagú betűs kifejezés számmal való szorzása

Két tagból közös számtényező kiemelése

Egyismeretlenes elsőfokú egyenlet megoldása mérlegelvvel

**Fogalmak**

változó, együttható, helyettesítési érték, egytagú kifejezés, kéttagú kifejezés, egynemű kifejezés; kiemelés, egyenlet, mérlegelv

Javasolt tevékenységek

Adott problémához többféle, ismeretlent tartalmazó műveletsor megadása, ezek közül a megfelelő kiválasztása

Adott problémához megfelelő, betűt tartalmazó műveletsor megalkotása

Adott, ismeretlent tartalmazó műveletsorhoz szöveges feladat írása

„Dominó”, „triminó” játékkal az eredeti kifejezés és az átalakított kifejezés párba állítása

„Gondoltam egy számot” játék: a tanár néhány műveletből álló műveletsorral számoltatja a gyerekeket az általuk gondolt számmal. A tanulók megmondják a kapott végeredményt, és a tanár „kitalálja” a gondolt számot. A tanár többféle algoritmus után felajánlja a szerepcserét. A fejben alkalmazott lebontogatási stratégia felfedése és formális leírása

Mérlegelv bevezetése kétkarú mérleg alkalmazásával

**Témakör: Szöveges feladatok**

**Javasolt óraszám:** **12 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

különböző szövegekhez megfelelő modelleket készít.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

matematikából, más tantárgyakból és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;

gazdasági, pénzügyi témájú egyszerű szöveges feladatokat következtetéssel vagy egyenlettel megold;

gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségeknél becslést végez.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Különböző szövegekhez megfelelő modell készítése (például szakaszos ábrázolás, visszafelé gondolkodás, táblázat, szabadkézi vázlatrajz, betűs kifejezések felírása)

Matematikából, más tantárgyakból, gazdasági területekről és a mindennapi életből vett egyszerű szöveges feladatok megoldása következtetéssel vagy egyenlettel

Ellenőrzés a szövegbe való visszahelyettesítéssel

Pénzügyi tudatosság területét érintő feladatok megoldása

Gyakorlati problémák megoldása során előforduló mennyiségek becslése

**Fogalmak**

ellenőrzés

Javasolt tevékenységek

Szöveges feladatok megoldása csoportmunkában „feladatküldéssel”, „szakértői mozaik” alkalmazásával

Gyűjtőmunka, csoportmunka, projekt készítése pénzügyi tudatosság területét érintő témák feldolgozására, például a háztartások bevételei és kiadásai: munkabér, bruttó bér, nettó bér, adó, kamat, társadalmi jövedelem (családi pótlék, nyugdíj), ösztöndíj, hitel;  
A költségvetés tervezése: háztartási napló, pénzügyi tervezés, egyensúly, többlet, hiány;  
Egy tizenéves pénztárcája: zsebpénz, diákmunka, alkalmi jövedelmek, kimutatás a pénzmozgásokról, saját pénzügyi célok, tervek; korszerű pénzkezelés: bankszámla, bankkártyaválasztás, megtakarítások

**Témakör: A függvény fogalmának előkészítése (egyenes, fordított arányosság, grafikonok elemzése)**

**Javasolt óraszám:** **8 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

felismeri az egyenes és a fordított arányosságot konkrét helyzetekben;

felismeri és megalkotja az egyenes arányosság grafikonját.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

konkrét halmazok elemei között megfeleltetést hoz létre;

értéktáblázatok adatait grafikusan ábrázolja;

egyszerű grafikonokat jellemez.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Konkrét megfeleltetések legalább egy lehetséges szabályának megadása

Egyszerű grafikonok jellemzése: növekedés-csökkenés, szélsőérték, tengelyekkel való metszéspont

Konkrét halmazok elemei között megfeleltetés létrehozása

Értéktáblázatok adatainak grafikus ábrázolása

Az egyenes és a fordított arányosság felismerése konkrét helyzetekben

Egyenes arányosság grafikonjának felismerése és megalkotása

**Fogalmak**

megfeleltetés; egyenes és fordított arányosság; grafikon

Javasolt tevékenységek

A tanár által adott megfeleltetés szabályának felismerése

Páros munkában saját szabály alkotása és felismertetése a társsal

A megfeleltetések szabályainak megbeszélése, érdekességek megfigyelése

Grafikonok gyűjtése reklámújságokból, banki ajánlatokból, más tantárgyak tankönyvi témáiból; a hozott grafikonok jellemzése és bemutatása (plakát készítése) csoportmunkában; a tapasztalatok irányított összegzése

Az egyenes és fordított arányosság mint speciális megfeleltetés bemutatása, az összetartozó értékpárok grafikus ábrázolása

Különböző grafikonok közül az egyenes és a fordított arányosság grafikonjának kiválasztása

**Témakör: Síkbeli alakzatok**

**Javasolt óraszám: 12 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

ismeri a négyszögek tulajdonságait: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma;

ismeri a speciális négyszögeket: trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet;

ismeri a speciális négyszögek legfontosabb tulajdonságait, ezek alapján elkészíti a halmazábrájukat;

ismeri a kör részeit

a háromszögek és a speciális négyszögek tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában;

meghatározza háromszögek és speciális négyszögek kerületét, területét;

ismeri a Pitagorasz-tételt és alkalmazza számítási feladatokban;

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Háromszögek külső szögeinek összege

Négyszögek tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: belső és külső szögek összege, konvex és konkáv közti különbség, átló fogalma

A speciális négyszögek (trapéz, paralelogramma, téglalap, deltoid, rombusz, húrtrapéz, négyzet) felismerése és legfontosabb tulajdonságaik megállapítása ábra alapján; alkalmazásuk; halmazábra

Háromszögek, speciális négyszögek kerületének, területének kiszámítása ábra alapján átdarabolással és tanult összefüggéssel; alkalmazások

Pitagorasz-tétel ismerete és alkalmazása

Körrel kapcsolatos fogalmak ismerete

**Fogalmak**

négyszög, konvex, konkáv, átló, trapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, húrtrapéz, körvonal, körlap, középpont, sugár, húr, átmérő, szelő, érintő, körcikk

Javasolt tevékenységek

Párhuzamos szélű papírcsíkból négyszögek nyírása; a keletkező négyszögek csoportosítása; annak megfigyelése, hogy hogyan kell nyírni, hogy téglalapot kapjunk; téglalapból négyzet nyírása, négyzetből téglalap nyírása

Papír négyszögek hajtogatásával, síktükör alkalmazásával szimmetriatulajdonságok megfigyelése; tulajdonságok gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak bemutatása; a tapasztalatok irányított összegzése, halmazábra készítése

Négyszögeket tartalmazó készletekből adott szempontoknak megfelelő elemek válogatása

„Rontó” játék speciális négyszögekkel

Papírból készült háromszögek, speciális négyszögek átdarabolásának megmutatása

Gyakorlati számolási feladatok megoldása, például papírsárkány készítéséhez szükséges papír területének becslése, számolása

Matematikatörténeti vonatkozások gyűjtése, tanulói kiselőadás tartása

Derékszög kijelölése csomós kötéllel

Pitagoraszi számhármasok keresése

Háromszögelési probléma megoldása derékszögű háromszöggel az osztályteremben, az iskola épületében és a játszótéren

**Témakör: Transzformációk, szerkesztések**

**Javasolt óraszám: 12 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

geometriai ismereteinek felhasználásával pontosan szerkeszt több adott feltételnek megfelelő ábrát;

felismeri a kicsinyítést és a nagyítást hétköznapi helyzetekben;

ismer és használ dinamikus geometriai szoftvereket, tisztában van alkalmazási lehetőségeikkel.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Szerkesztéshez terv, előzetes ábra készítése

Több adott feltételnek megfelelő ábra szerkesztése; diszkusszió

Kicsinyítés és nagyítás felismerése hétköznapi helyzetekben

Dinamikus geometriai szoftver használata

**Fogalmak**

szimmetria-középpont, középpontos szimmetria, kicsinyítés, nagyítás

Javasolt tevékenységek

Középpontos tükrözésen alapuló szerkesztések elvégzése saját eszközökkel (körző, egyélű vonalzó)

Szimmetria stratégiával nyerhető játékok, például kerek asztalra poharak elhelyezése

Kicsinyítés és nagyítás megfigyelése, például háromszögvonalzó külső és belső pereme, makett, modell, tervrajz, fénykép, diavetítés, térkép, mikroszkóp, nagyító

Szerkesztési feladatok megoldása során dinamikus geometriai szoftver megismerése; az euklideszi szerkesztési lépések követése a szoftverrel

**Témakör: Térgeometria**

**Javasolt óraszám:** **12 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:**

ismeri az idő, a tömeg, a hosszúság, a terület, a térfogat és az űrtartalom szabványmértékegységeit, használja azokat mérések és számítások esetén.

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla hálóját elkészíti;

testeket épít képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján;

ismeri a kocka, a téglatest, a hasáb és a gúla következő tulajdonságait: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló;

egyenes hasáb, téglatest, kocka alakú tárgyak felszínét és térfogatát méréssel megadja, egyenes hasáb felszínét és térfogatát képlet segítségével kiszámolja; a képleteket megalapozó összefüggéseket érti;

ismeri a gömb tulajdonságait;

a kocka, a téglatest, a hasáb, a gúla, a gömb tulajdonságait alkalmazza feladatok megoldásában.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Környezetünk tárgyaiban a hasáb, a gúla és a gömb alakú testek felfedezése

Hasáb és gúla tulajdonságainak ismerete és alkalmazása: határoló lapok típusa, száma, egymáshoz viszonyított helyzete; csúcsok, élek száma; lapátló, testátló

Testek építése képek, nézetek, alaprajzok, hálók alapján

Testek hálójának készítése

A gömb tanult testektől eltérő tulajdonságai

A gömb mint a Föld modellje: hosszúsági körök, szélességi körök tulajdonságai, síkmetszetek

Egyenes hasáb alakú tárgyak felszínének és térfogatának meghatározása méréssel és számolással

**Fogalmak**

hasáb, gúla, gömb, alaplap, alapél, oldallap, oldalél, testmagasság

Javasolt tevékenységek

Osztályterem, iskola, iskola környékének megfigyelése geometriai szempontból (a testek kiválasztása)

Hasáb és gúla alakú modell tulajdonságainak gyűjtése páros munkában, a párok megoldásainak összehasonlítása; a tapasztalatok irányított összegzése

Egyéni munkában építmények, rajzok, hálók készítése; az alkotások összehasonlítása, megbeszélése, kiállítása az osztályteremben

A gömb speciális tulajdonságainak megfigyeléséhez testeket tartalmazó készletből elemek választása megadott szempontok alapján

Földgömb bemutatása matematikai szempontból  
Tapasztalatszerzés a gömbi geometria alapjairól például narancson

Egyenes hasáb alakú dobozok készítéséhez szükséges papír területének becslése, mérése, számolása

Egyenes hasáb alakú üreges test „feltöltése” egységkockákkal (becslés, mérés, számolás)

**Témakör: Leíró statisztika**

**Javasolt óraszám: 8 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

értelmezi a táblázatok adatait, az adatoknak megfelelő ábrázolási módot kiválasztja, és az ábrát elkészíti;

adatokat táblázatba rendez, diagramon ábrázol hagyományos és digitális eszközökkel is;

különböző típusú diagramokat megfeleltet egymásnak;

megadott szempont szerint adatokat gyűjt ki táblázatból, olvas le hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról, majd rendszerezés után következtetéseket fogalmaz meg;

konkrét adatsor esetén átlagot számol, megállapítja a leggyakoribb adatot (módusz), a középső adatot (medián), és ezeket összehasonlítja.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Adathalmazok, egyszerű diagramok, táblázatok adatainak elemzése

Adatok táblázatba rendezése, ábrázolása diagramon

Különböző típusú diagramok megfeleltetése egymásnak

Adatok gyűjtése táblázatból, leolvasása hagyományos vagy digitális forrásból származó diagramról megadott szempont szerint

Adatok rendszerezése, következtetések megfogalmazása

Konkrét adatsor leggyakoribb adatának (módusz) megtalálása, gyakorlati alkalmazása

Rendezhető adatsor középső adatának (medián) megállapítása, gyakorlati alkalmazása

Konkrét adatsor esetén átlag, leggyakoribb adat (módusz), középső adat (medián) megfigyelése, összehasonlítása

**Fogalmak**

oszlopdiagram, kördiagram, vonaldiagram, pontdiagram

Javasolt tevékenységek

Megadott vagy a tanulók által gyűjtött adatok ábrázolása és elemzése csoportmunkában

Projektmunka, például felmérés készítése zenehallgatási szokásokról, IKT-eszközök használatáról, sportolási szokásokról (gyűjtőmunka, a gyűjtött adatok bemutatása, megbeszélése, értelmezése, ábrázolása)

Konkrét adathalmazok középérték-mutatóinak megállapítása és összehasonlítása csoportmunkában

**Témakör: Valószínűség-számítás**

**Javasolt óraszám: 8 óra**

Tanulási eredmények

**A témakör tanulása eredményeként a tanuló:**

valószínűségi játékokat, kísérleteket végez, ennek során az adatokat tervszerűen gyűjti, rendezi és ábrázolja digitálisan is;

valószínűségi játékokban érti a lehetséges kimeneteleket, játékában stratégiát követ;

ismeri a gyakoriság és a relatív gyakoriság fogalmát. Ismereteit felhasználja a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

Valószínűségi játékok, kísérletek; az adatok tervszerű gyűjtése, rendezése ábrázolása digitálisan is

Valószínűségi játékok lehetséges kimeneteleinek ismeretében stratégia követése

Az esély intuitív fogalmának felhasználása a „lehetetlen”, a „biztos” és a „kisebb/nagyobb eséllyel lehetséges” kijelentések megfogalmazásánál

A gyakoriság és relatív gyakoriság ismerete és alkalmazása a kísérletezés során

**Fogalmak**

esély, gyakoriság, relatív gyakoriság

Javasolt tevékenységek

Játék dobókockákkal, dobótestekkel, pénzérmékkel, szerencsekerékkel, zsákba helyezett színes golyókkal

Játék eseménykártyákkal gyakoriság becslésére: mindenki előtt ott van minden eseménykártya, amelyekre a tanulók a játék elején tetszés szerint kiraknak 10-10 zsetont; sorban végezzük a kísérleteket; amelyik kártyán levő esemény bekövetkezett, arról a kártyáról levehet a játékos egy zsetont; az győz, akinek a kártyáiról leghamarabb elfogynak a zsetonok

Játék számkorongokkal: 3 korong piros és kék oldalára is számokat írtunk; feldobjuk egyszerre a 3 korongot; kártyákra eseményeket írunk a dobott számok összegére, szorzatára vonatkozó tulajdonságokkal; figyeljük meg, van-e lehetetlen, van-e biztos esemény; tippeljünk az események gyakoriságára

Folyón átkelés gyakoriság becslésére: rakj ki 10 korongot az 1–13 számokhoz a folyó egyik partjára; két kockával dobunk, a dobott számok összegénél álló korong átkelhet a folyón; az győz, akinek először átmegy az összes korongja

Kocka alakú, számozott lapú doboz egyik lapjára belül nehezéket ragasztunk; dobások eredményének megfigyelésével ki kell találni, melyik lapra ragasztottunk nehezéket

„Nem hiszem” páros játék: egyik játékos események bekövetkezésének esélyeiről fogalmaz meg állítást (például nagyobb eséllyel lehetséges számozott dodekaéder dobótesttel prímszámot dobni, mint összetett számot), a másik játékos dönt ennek igazságáról; a játékot az a tanuló nyeri, aki igazat állít  
„Szavazós” játék páros vagy csoportmunkában: valószínűségi játék vagy kísérlet előtt a tanulók összegyűjtik a lehetséges kimeneteleket, majd egyesével tippelnek a bekövetkezési esélyekről